

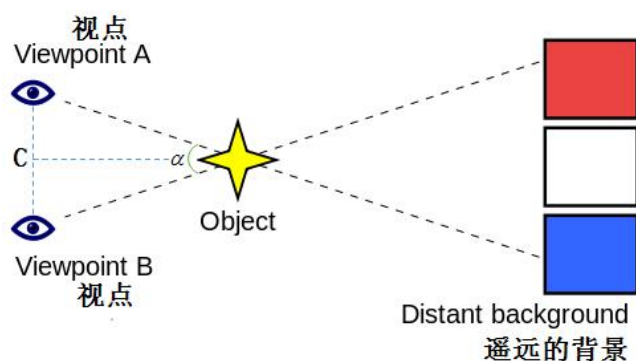
用视差法(parallax)测量地球到星体的距离

我们现在介绍的测量方法，最远可测 30 000 光年的距离。

首先理解视差(parallax)和视差角(parallax angle)的概念。

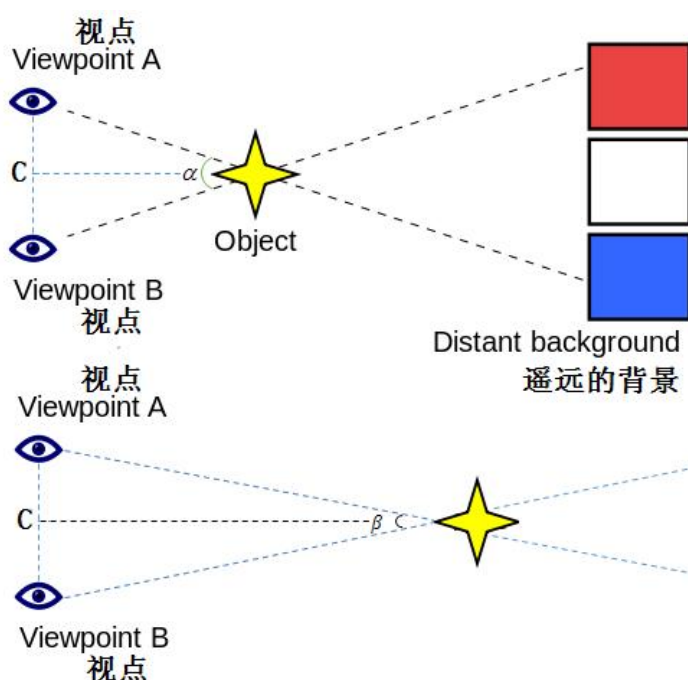
在与被观测物体不在同一直线上的不同点观测被观测物体时，被观测体看起来有明显的位置移动，或方向的明显不同，这种现象称为视差。

例如，我们在 A 点和 B 点分别观测星星，星星的位置将由蓝色移动到红色，眼睛与星星的连线(视线)方向也发生了变化[1]。



或者，将右手伸向前面，大拇指竖立。闭上左眼，只用右眼观察大拇指时，大拇指在远处墙面上或相对于远处其他物体的位置，将与闭上右眼，只用左眼观察时的位置有差异，这就是视差， α 称为视差角。

观测点 A,B 的距离不变的情况下，物体越远，视差角越小。



现在，如果知道 A,B 两点的距离，视差角的大小，我们就可以计算出星星的距离。但是对于距离地球非常远的天体来说，视差角非常小以至于我们需要以角秒(arcseconds)为单位，甚至细分角秒来计算。一角秒等于一度的 $\frac{1}{3600}$ ，这意味着我们使用视差法测量天体的远近受制于我们能多么精确地测量非常小的视角。

4.36 光年远的半人马座阿尔发星是距离太阳系最近的星星，它的视差角大约为 1 度的

$\frac{1}{5000}$ ，截止 2017 年 12 月，盖亚太空望远镜（GAIA Space Telescope）是我们人类利用视差法测量星体的最好的望远镜，它能测量距离地球 30 000 光年远的星体的微小视差角，这意味着要测量 1 度的 $\frac{1}{33000000}$ 。

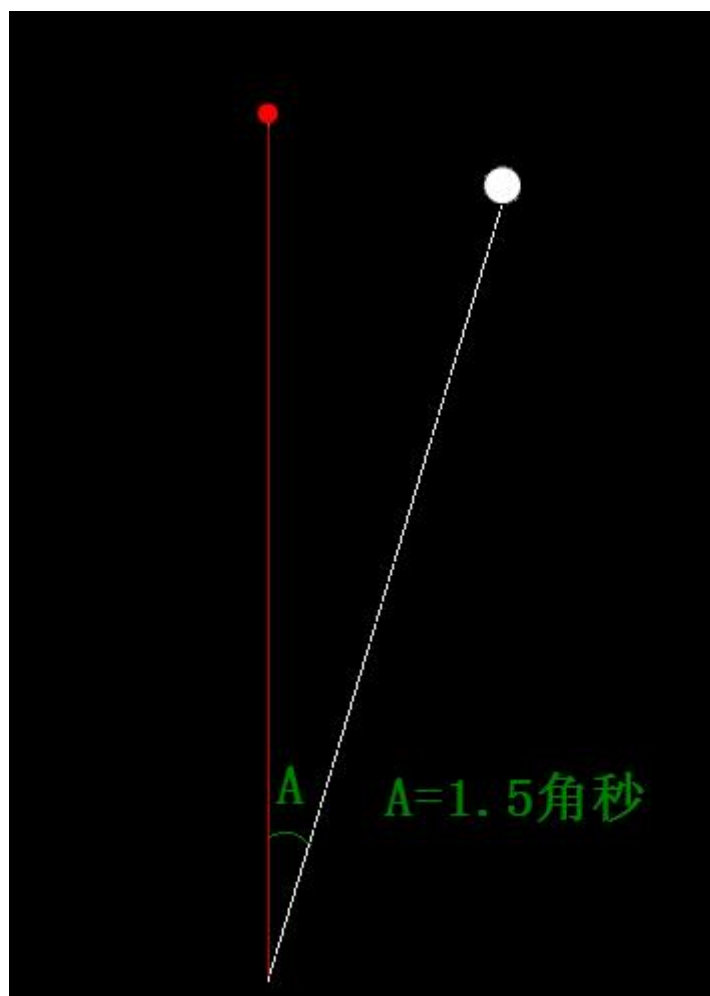
由于两个视点之间的距离容易测量，因此用视差法测量星体距离的困难在于测量视差角，方法如下：

1.选择一颗非常遥远的星体作为参考点，该星体要足够远以至于在地球上看起来它一点都不动。这种点通常指其它星系，例如最近的，距离 220 万光年的仙女座。因为星系比我们用视差法要测量距离的星体远上几千甚至几百万倍，即使用最先进的望远镜，这些星系看起来也完全不移动，换句话说，它们的视差角为 0。

有了这些遥远的星系，我们就有了不动的参考点来测量那些我们想要测量距离的星体的视差角。

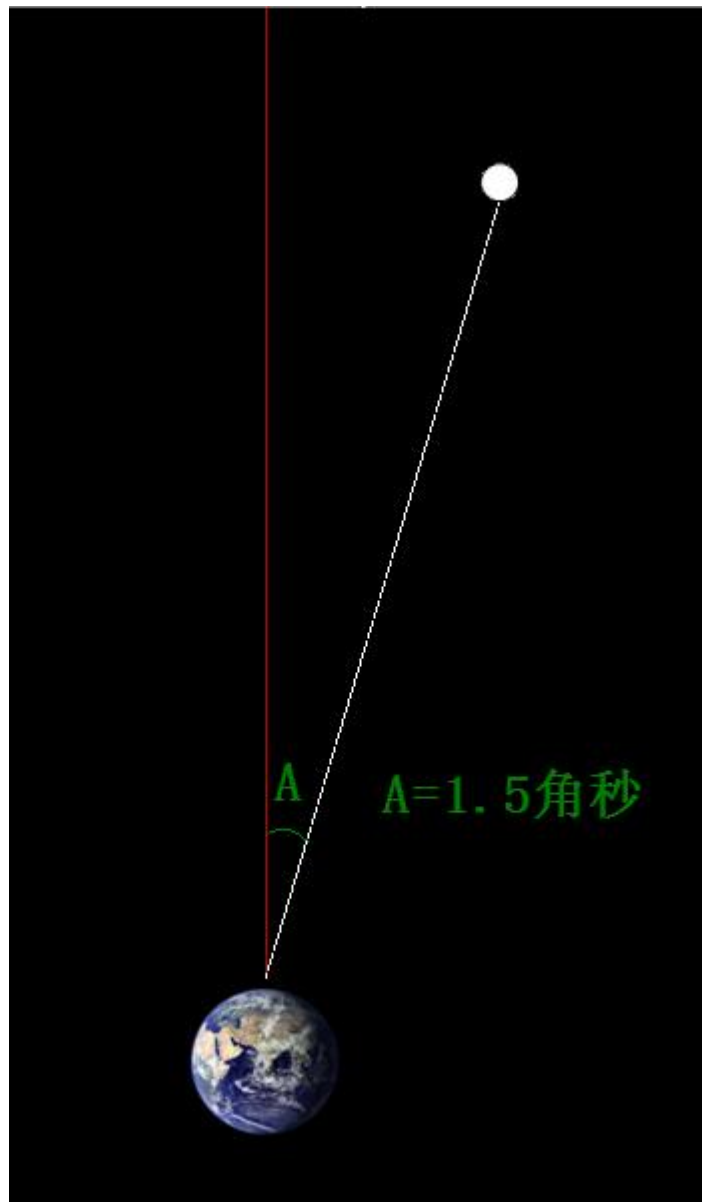
2.想象我们在夜晚抬头观看夜空，红色的物体是非常遥远的参考点星系，白色的物体是我们要测量距离的星体。

从观测点分别画两条视线连接参考点星系和被测量星体：



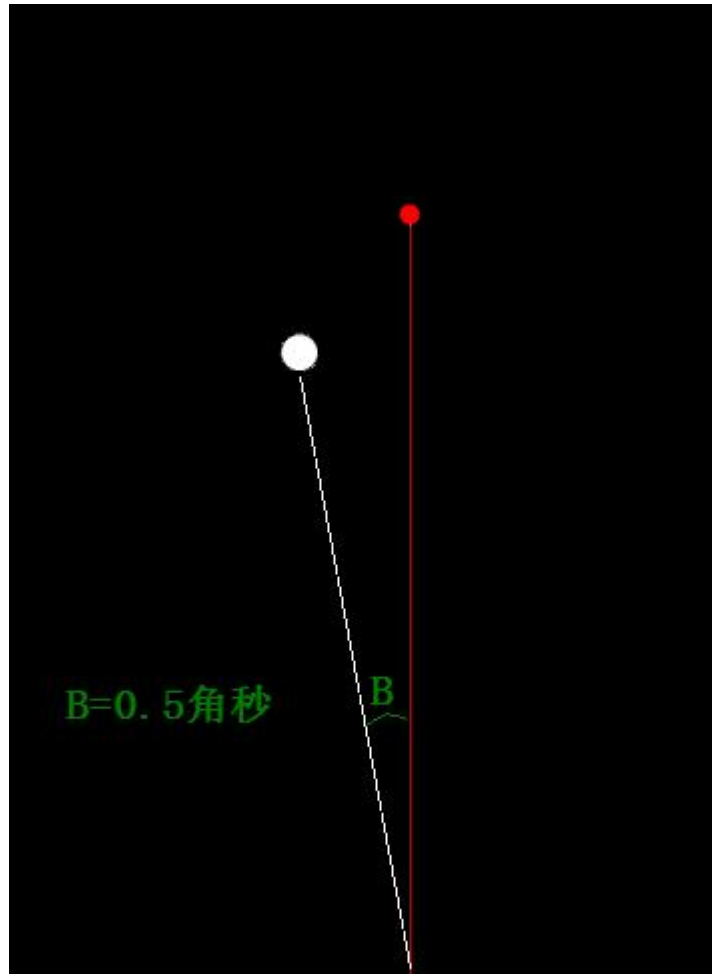
假设我们测出来的角 A 为 1.5 角秒。注意上图不是依据真实刻度作的图，1 角秒等于 1 度的 $\frac{1}{3600}$ ，如果按照真实的刻度去作图的话，角 A 用肉眼看起来几乎为 0。

俯视图如下：



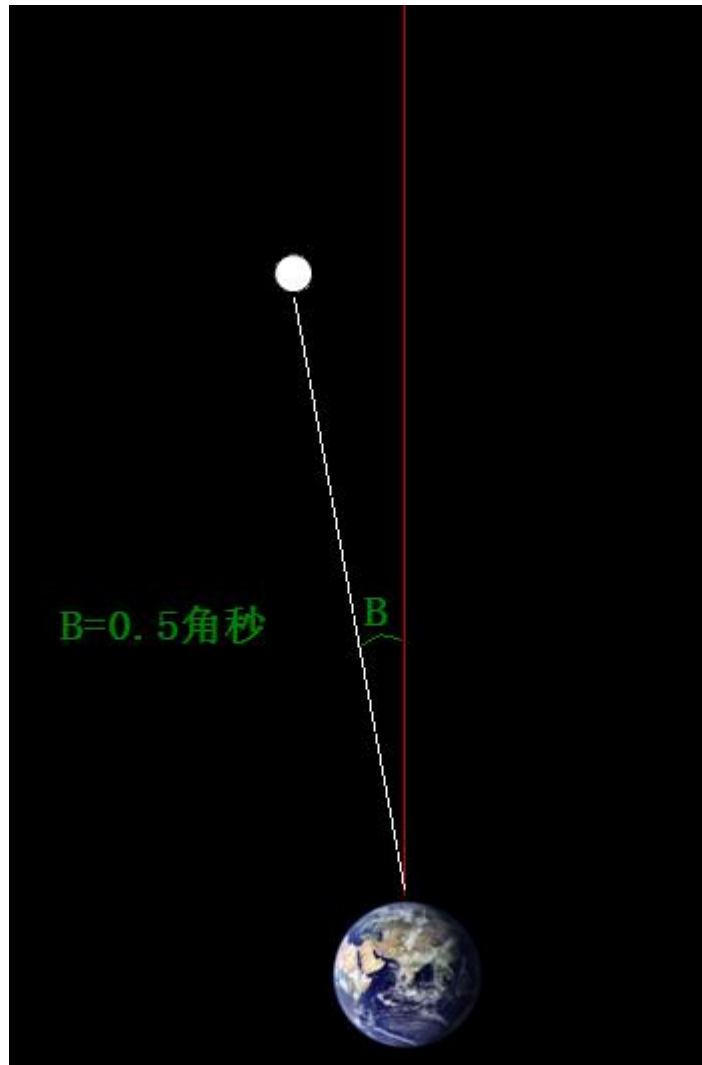
由于参考点星系非常遥远，红线延伸到屏幕之外了。

3.现在，我们要从另外一个视点观测星体，注意，我们需要从不同的视点观测星体以获得视差角。为了这样做，我们需要等 6 个月，直到地球绕太阳半圈，使得我们处于天空中的一个新位置，在新视点观测星体可能看起来像这样：

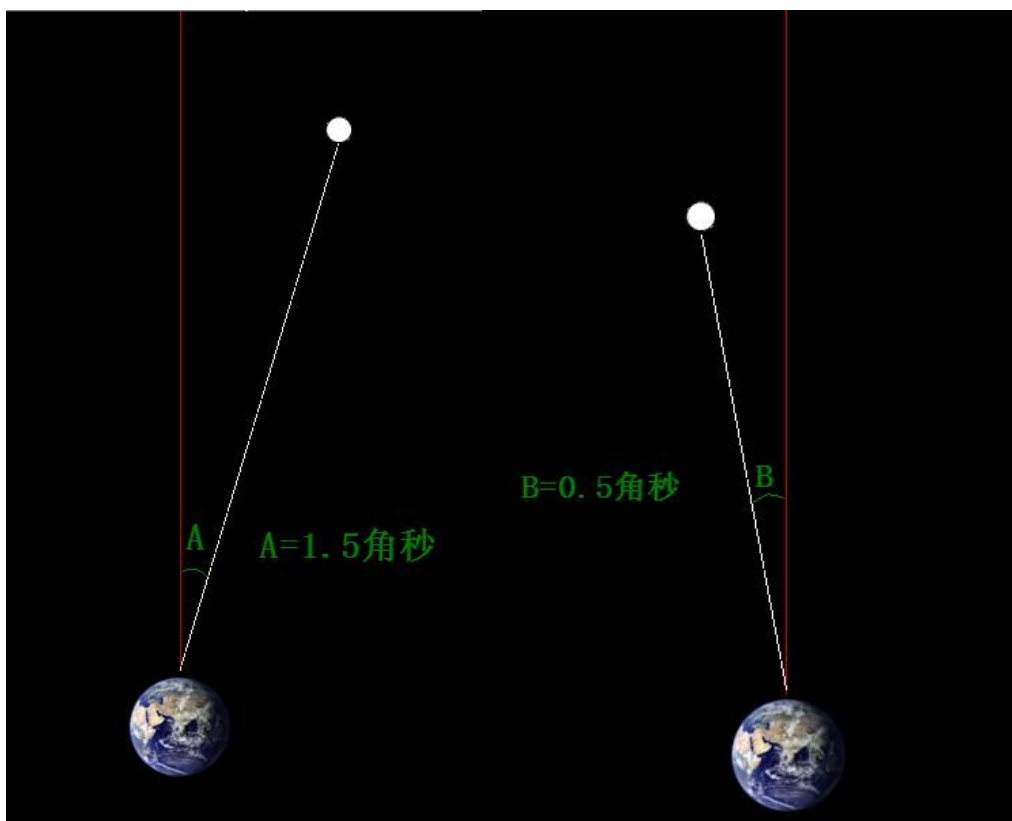


6 个月后，观测的天体相对于参考点星系的位置看起来有了变化，此时测得角 B 为 0.5 角秒。

这是从地球上空俯看的效果：



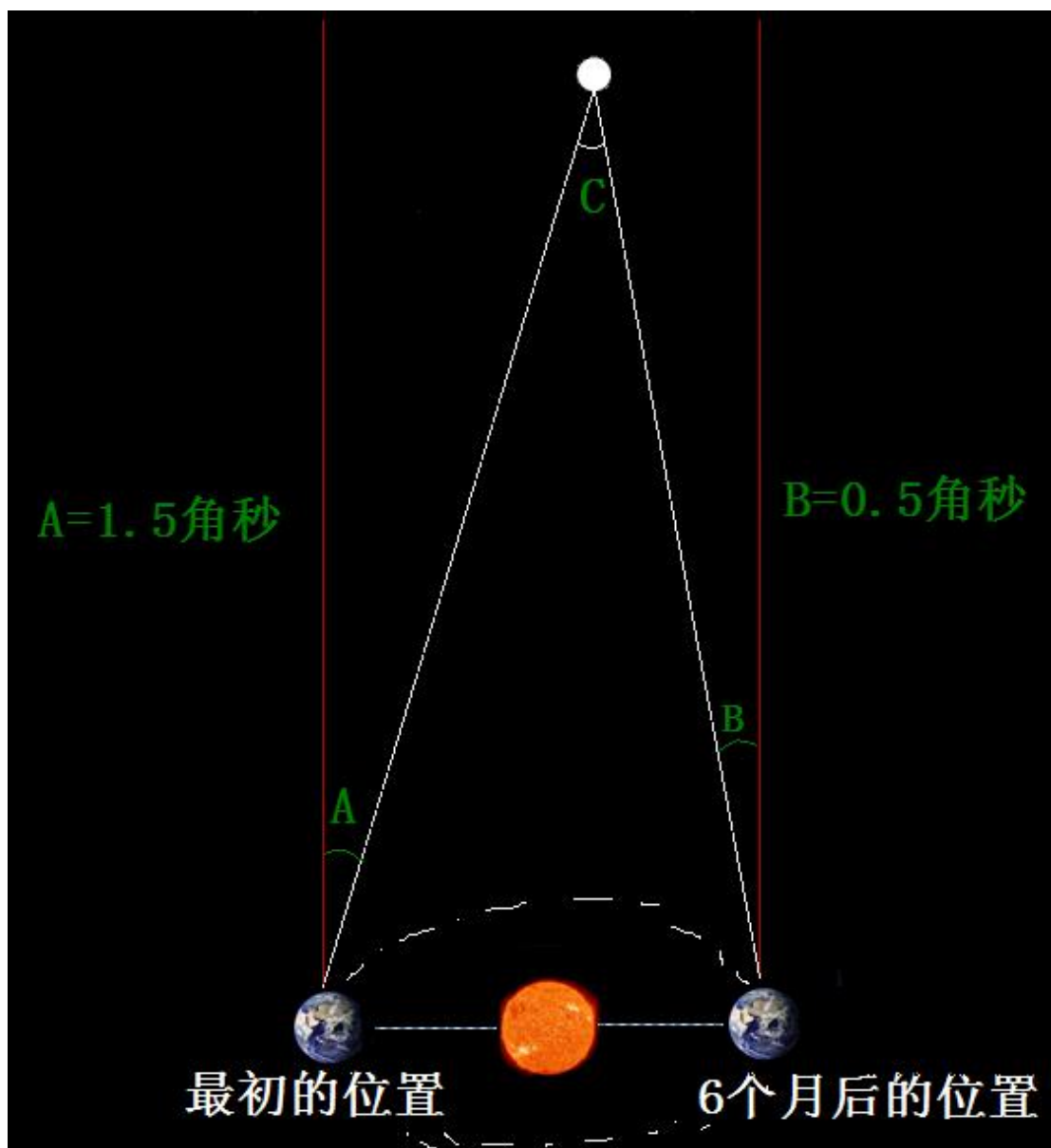
整理在一起加以对比：



最初的位置

6个月后的位置

将2张图合并起来，



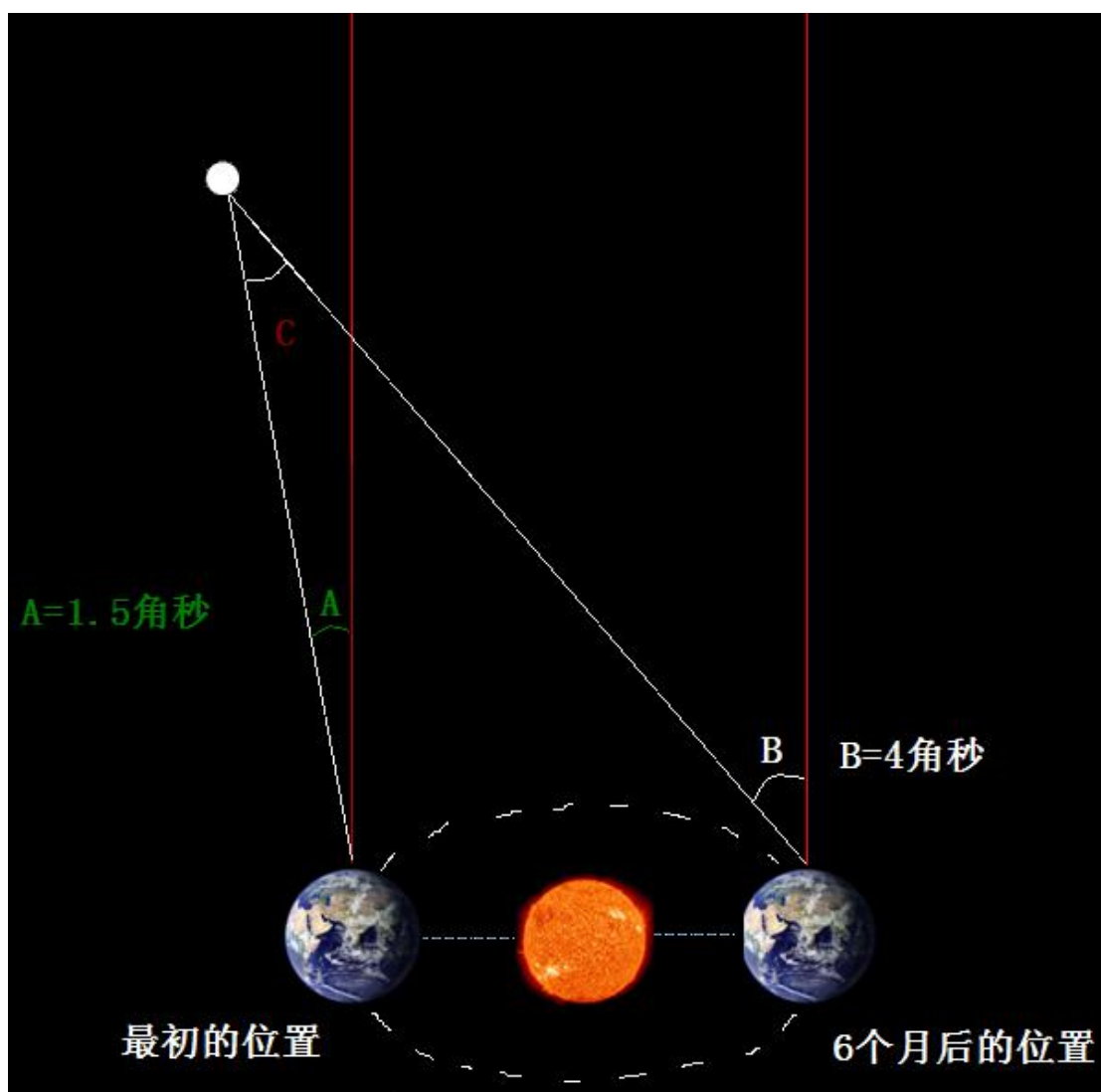
C 就是我们要求的视差角，

$$C = 180^\circ - \left[(90^\circ - A) + (90^\circ - B) \right]$$

$$= A + B = 2 \text{ (角秒)}$$

在上面的例子中，角 A 在参考点星系与视点连线的右侧，角 B 在左侧，两个角 A,B 在参考线的不同侧，然而，角 A, 角 B 不一定在参考线的两侧，它们也可能在参考线的同侧。例如：

角 A, 角 B 都在参考线的左侧，

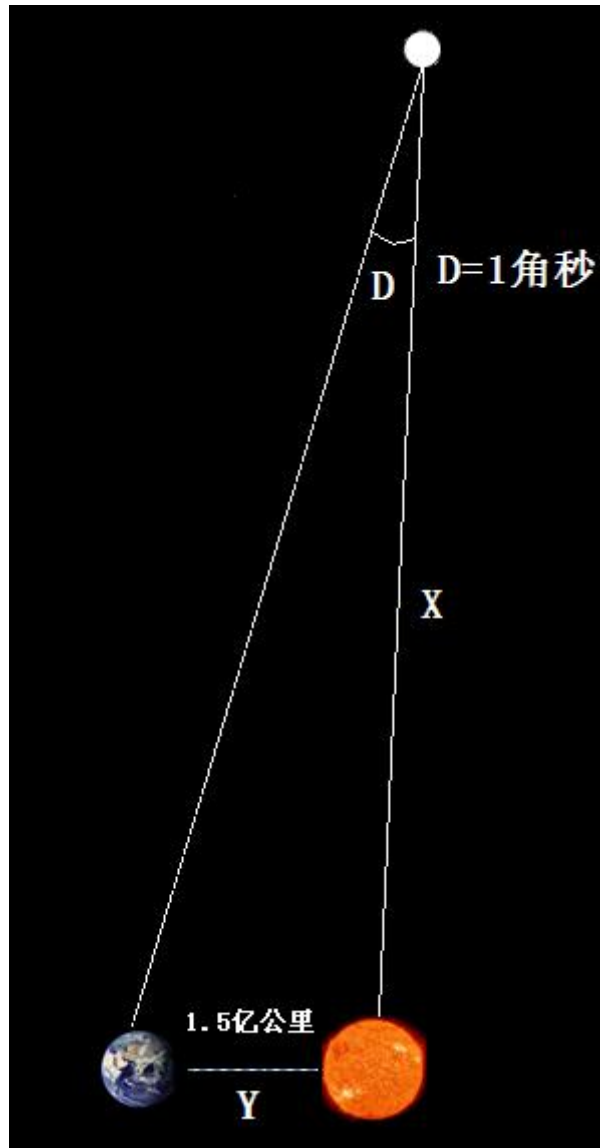


$$\text{视差角 } C = 180^\circ - \left[(90^\circ + A) + (90^\circ - B) \right] = B - A = 4 - 1.5 = 2.5 \text{ (角秒)}$$

在上图中，如果角 A 等于角 B，那么两角相减等于 0，这意味着最初的角度与 6 个月后的角度相等，即这个星星完全不移动，也就是它的视差角 C 为 0。

根据角 A，角 B 在参考线两侧的情况，我们计算得到视差角 C=2 角秒，并且知道两个视点间的距离约为 3 亿公里（地球公转的直径），现在只需要将这些参数呈现在直角三角形中，通过正切关系来计算星星到我们的距离。

此时，我们将两视点与星星 3 点构成的三角形视为等腰三角形，有人可能会问：“左边不是比右边长吗？”，确实是的，但造成这个现象的原因，是因为我们没有按照严格的刻度来作图。我们需要注意的是，角 A 和角 B 都非常小，所导致的三角形两边长的差异可以忽略不计。



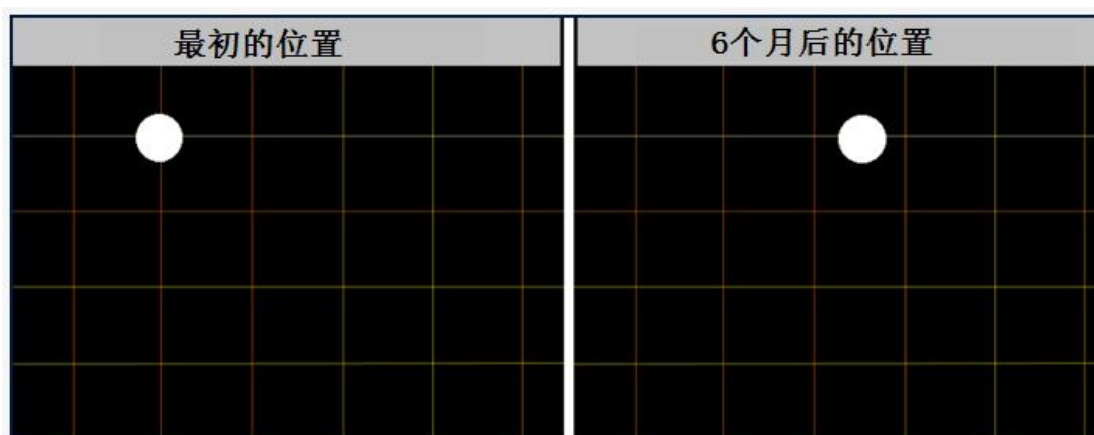
$$\tan D = \tan \frac{1}{3600} = \frac{Y}{X} = \frac{150000000}{X}$$

$$X = \frac{150000000}{\tan \frac{1}{3600}} = 30939720936822 \approx 3.1 \times 10^{13} \text{ km}$$

这相当于 3.26 光年。

今天，天文学家不再使用六分仪测量天体的角度变化，而是使用新进的 CCD 相机。这些相机经过设计，将星体定格在网格中，这些网格根据几个世纪以来观测不同星星相对于遥远星体在一年内的相对运动来定位整个夜空，每一小格对应于一个特定的角度变化。

例如，如果每格对应 1 角秒，我们得到的数据如下：



因为星星移动了 1.5 格，天文学家知道星星在 6 个月里角度变化了 1.5 角秒。

1672 年，Giovanni Cassini 提前 1 年送他的助手 Richer 到 Cayenne，精确地测定了当地的经纬度，利用金星的卫星的月食同步巴黎和 Cayenne 的时间，在不同地点观测火星，计算出火星的视差角，计算出火星到地球的距离为 7.8×10^7 m，再通过开普勒定律计算出太阳到地球的距离。

[1] <https://en.wikipedia.org/wiki/Parallax>

[2]

<http://referenceframe.net/astronomy/how-astronomers-measure-distance-to-stars-using-parallax/>

开普勒定律测定太阳系星体间的相对距离

开普勒学业成绩优异。1588 年 9 月 25 日，他获得文学学士学位。1591 年 8 月 11 日，他又通过了文学硕士学位考试。这时他想当一名路德教的牧师，所以又留校学习神学。

在大学里，开普勒深受秘密传播哥白尼学说的天文教授麦斯特林的影响。后来他回忆说：“当我在杰出的麦斯特林的指导下开始研究天文学时，看到了旧的宇宙理论的许多错误。我非常喜欢教授经常提到的哥白尼，在与同学们辩论时我总是坚持他的观点。”开普勒对天文学和数学有着浓厚的兴趣。

1594 年，奥地利的格拉茨新教高级中学的数学教师死了，要求图宾根大学给选派一名后继者。此时开普勒的神学课程仅有一年就读完了，但校方认为他作教士不够虔诚，就极力推荐他去格拉茨。他的朋友也劝他放弃神学。同年开普勒到了格拉茨中学教数学、天文，后来又教古典文学、修辞学和道德学。

1596 年，开普勒在宇宙论方面发表了第一本重要的著作：《宇宙的神秘》。在其中他明确主张哥白尼体系，同时也因袭了毕达哥拉斯和柏拉图用数来解释宇宙构造的神秘主义理论。他在序言中指出：“我企图去证明上帝在创造宇宙并且调节宇宙的次序时，看到了从毕达哥拉斯和柏拉图时代起就为人们所熟知的五种正多面体，上帝按照这形体安排了天体的数目、它们的比例和它们运动间的关系。”他认为土星、木星、火星、地球、金星和水星的轨道分别在大小不等的六个球的球面上，六球依次套切成正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正二十面体，太阳居中心。这种假设尽管荒唐，但却促使开普勒去进一步寻找正确的宇宙构造理论。他把这本书分寄给了一些科学名人。丹麦天文学家第谷·布拉赫虽不同意书中的日心说，却十分佩服开普勒的数学知识和创造天才。伽利略也把他引为探索真理的同仁。

由于反宗教改革运动，格拉茨中学重新回到天主教的怀抱，新教徒的师生全被赶出了校门。开普勒这位新教徒却因名声显赫而被破例复聘。他看到自己的学生尽数散去，不愿再回格拉茨，就接受了第谷的邀请，于 1600 年来到布拉格郊外的天文台，作第谷的助手。第谷

是望远镜发明以前的最后一位伟大的天文学家，也是世界上前所未有的最仔细、最准确的观察家。他当时充任神圣罗马帝国的皇室数学家，随皇帝鲁道夫二世住在布拉格。他的宇宙理论是托勒密体系和哥白尼体系的混合，他认为行星绕太阳旋转，太阳又率群星围地球运行。但是第谷对天体方位进行了几十年的观测，积累了大量的精确材料，开普勒在天文学上的伟大发现，就是通过归纳分析这些材料得出的。

占星家

1601年，第谷去世。开普勒继任为皇帝鲁道夫二世的御用数学家，但是给他的俸禄只有第谷的一半，且常常拖欠。他对第谷的遗著做了整理，1602年出版了第谷的《新天文学》六卷，1603年印行了第谷的《释彗星》。

1601年，开普勒出版了《天文学更可靠的基础》一书，不同意星体决定人的命运的观点，对占星术持怀疑态度：“如果星相家有时讲对了，那应归功于运气。”但他仍没摆脱宇宙的神秘和谐理论。除教数学外，他的一个主要任务就是替皇帝占星算命，这也是他终身从事的职业。在他的遗稿中保存了800多张占星图。他虽不相信这一伪科学，但为了谋生只得如此。

立法者

1604年9月30日，开普勒在巨蛇星座附近发现了一颗新星（现知是银河系内的一颗超新星）。他虽视力不佳，仍持续观测了十几个月。他把观测结果发表在1607年出版的《巨蛇座底部的新星》一书中，打破了星座无变化的传统说法。这一年他看到了一颗大彗星，即后来定名的哈雷彗星。

当时不论是地心说还是日心说，都认为行星做匀速圆周运动。但开普勒发现，对火星的轨道来说，按照哥白尼、托勒密和第谷提供的三种不同方法，都不能推算出同第谷的观测相吻合的结果，于是他放弃了火星做匀速圆周运动的观念，并试图用别的几何图形来解释，经过四年的苦思冥想，也就是到了1609年，他发现椭圆形完全适合这里的要求，能做出同样准确的解释，于是得出了“**开普勒第一定律**”：**火星沿椭圆轨道绕太阳运行，太阳处于两焦点之一的位置**。发现第一定律，就是说行星沿椭圆轨道运动，需有摆脱传统观念的智慧和毅力，在此之前所有天文学家，包括哥白尼和伽利略在内都坚持古希腊亚里士多德和毕达哥拉斯的天体是完美的物体，圆是完美的形状，一切天体运动都是圆周运动的成见。哥白尼知道几个圆并起来可以产生椭圆，但他从来没有用椭圆形来描述天体的轨道。当时由于第谷观测的精确和开普勒的努力，终使日心说向前推进了一大步。**接着开普勒又发现火星运行速度是不匀的，当它离太阳较近时运动得较快（近日点），离太阳远时运动得较慢（远日点），但从任何一点开始，向径（太阳中心到行星中心的连线）在相等的时间所扫过的面积相等。这就是开普勒第二定律（面积定律）**。这两条定律刊布在1609年出版的《新天文学》（又名《论火星的运动》）中，该书还指出两定律同样适用于其他行星和月球的运动。

1611年，开普勒的保护人鲁道夫被其弟逼迫退位，他仍被新皇帝留任。他不忍与故主分别，继续随侍左右。1612年鲁道夫卒，开普勒接受了奥地利的林茨当局的聘请，去做数学教师和地图编制工作。在这里他继续探索各行星轨道之间的几何关系，经过长期繁杂的计算和无数次失败，最后创立了行星运动的**第三定律（谐和定律）**：**行星绕太阳公转运动的周期的平方与它们椭圆轨道的半长轴的立方成正比**。

$$T^2 = ka^3$$

这一结果表述在1619年出版的《宇宙谐和论》中。

多难人生

开普勒的身世是不幸的。他17岁时父亲去世。1620年，他母亲，一个酒馆老板的女儿，平时爱吵吵闹闹，因被指控犯有巫术罪而入狱，他经一年多的奔波才使其得到无罪释放。开

普勒 26 岁时与一个出身名门的寡妇结婚，举止傲慢的妻子使他很少感到家庭温暖。1613 年在前妻死后他又选择了一个贫家女为伴，感情虽很融洽，无奈经济上常处于绝望境地。他两个妻子共生有 12 个小孩，大多在贫困中夭折。他作为新教徒常受到天主教會的迫害，他的一些著作被教皇列为禁书。

经济困苦和操劳跋涉严重损害了开普勒的健康。皇帝即使在较兴隆的时期都是怏怏不乐地支付薪水。在战乱时期，开普勒的薪水被一拖再拖，得不到及时的支付。

1630 年，他有几个月未得薪俸，不得不亲自前往正在举行帝国会议的雷根斯堡索取。到达那里后他突然发热，几天以后即 11 月 15 日，在贫病交困中寂然死去，终年 59 岁。他被葬于拉提斯本的圣彼得教堂，三十年战争的狂潮荡平了他的坟墓，但是也已证明他的行星运动定律是一座比任何石碑都更为久伫长存的纪念碑。

开普勒通过计算第谷的观测数据，得到火星绕太阳公转的周期是 1.88 年（地球年），根据开普勒第三定律，

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

$$T^2 = ka^3$$

$$\frac{T_{planet1}^2}{a_{planet1}^3} = k = \frac{T_{planet2}^2}{a_{planet2}^3}$$

$$\frac{T_{planet1}^2}{T_{planet2}^2} = \frac{a_{planet1}^3}{a_{planet2}^3}$$

若 planet2 为地球，则

$$\frac{T_{planet1}^2}{1} = \frac{a_{planet1}^3}{1AU}$$

备注：地球公转周期为 1 年，公转轨迹的半长轴，即地球到太阳的距离为 1 宇宙单位（astronomical Unit），

$$\begin{aligned} \therefore T_{planet1}^2 &= a_{planet1}^3 \\ \therefore T_{Mars}^2 &= a_{Mars}^3 \\ a_{Mars} &= \sqrt[3]{T_{Mars}^2} = \sqrt[3]{1.88^2} = 1.524 \text{ AU} \end{aligned}$$

这就是说，火星到太阳的距离是地球到太阳距离的 1.524 倍。

其他行星的相对距离也可以以通过第谷的数据和开普勒第三定律推导出来：

星体	周期	与太阳的相对距离
太阳 sun	---	0.000 AU
水星 Mercury	0.241	0.387 AU
金星 Venus	0.615	0.723 AU
地球 Earth	1.000	1.000 AU
火星 Mars	1.880	1.524 AU
木星 Jupiter	11.900	5.204 AU
土星 Saturn	29.500	9.539 AU
天王星 Uranus	84.000	19.191 AU

海王星 Neptune	165.0	30.071 AU
冥王星 Pluto	248.0	39.457 AU

1 年 = 365.25 天

尽管如此，1 AU 的实际值，即地球到太阳的距离还是未知的。

接下来，在《用视差法测地球到火星的距离》中介绍确定 1 AU 的方法。